Énoncés

Exercice 1

En utilisant la lettre n pour désigner un entier quelconque, exprimer les nombres suivants :

a] La somme de deux entiers consécutifs

b] Un multiple de 3

c] La différence entre un entier et le carré de l'entier qui le précède

d] Le produit de deux entier impairs consécutifs

Exercice 2

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$A = 3(4x + 7) + 4(2x - 9)$

$B = 7x(2x - 5) - x(2x - 5)$

$C = (2x + 5)(3x + 7)$

$D = (2x - 5)(3x - 2)$

$E = (5x - 2)(5x - 8) - (3x - 5)(x + 7)$

$F = 2(x + 7)(3 - 2x) + (5x - 2)(4x + 1)$

Exercice 3

Factoriser au maximum les expressions suivantes :

$A = (x + 2)(2x - 1) + (x + 2)(3x + 2)$

$B = (3x + 7)(2x - 9) - (3x + 7)(5x - 7)$

$C = (8y + 3)(5y + 7) - 3(8y + 3)(2y - 1)$

$D = (2x + 3)^2 + (x - 2)(2x + 3)$

$E = 2y^2 - y(4y - 7)$

$F = (2t - 5)^2 + (2t - 5)(x - 1) + 2t - 5$

Exercice 4

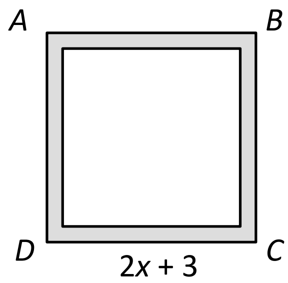
On a le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre entier n.
- Mettre n au carré. Prendre le double du résultat.
- Soustraire au résultat précédent le produit de n par l'entier qui le suit.

Compléter cette phrase : "Ce programme revient à multiplier un nombre ..."

Exercice 5

Sur la figure ci-contre, le carré *ABCD* a pour côté $(2x + 3)$ centimètres.



Afin d'obtenir une bande de 1 cm de large, on découpe un petit carré à l'intérieur du grand carré.

Exprimer l'aire de la bande grise en fonction de x.

On donnera la réponse sous sa forme développée et réduite.

Exercice 6

1. Démontrer que la somme de deux entiers naturels impairs consécutifs est un multiple de 4.

2. Démontrer que si un entier n est impair alors $n^2 - 1$ est un multiple de 8.

Exercice 7

1. La somme de quatre multiples consécutifs de 11 est égale à 1078. Quels sont ces quatre entiers ?

2. Démontrer que la différence de deux entiers naturels ayant le même reste dans la division euclidienne par 7 est un multiple de 7.

Corrigés

Exercice 1

a] La somme de deux entiers consécutifs s'écrit : $\boldsymbol{n + (n + 1)}$

b] Un multiple de 3 : s'écrit $\boldsymbol{3n}$

c] La différence entre un entier et le carré de l'entier qui le précède s'écrit : $\mathbf{n - (n - 1)^2}$

d] Le produit de deux entier impairs consécutifs s'écrit : $\boldsymbol{(2n + 1)(2n + 3)}$

Exercice 2

$A = 3(4x + 7) + 4(2x - 9)$
$A = 12x + 21 + 8x - 36$
$\boldsymbol{A = 20x - 15}$

$B = 7x(2x - 5) - x(2x - 5)$
$B = 14x^2 - 35x - 2x^2 + 5x$
$\boldsymbol{B = 12x^2 - 30x}$

$C = (2x + 5)(3x + 7)$
$C = 6x^2 + 14x + 15x + 35$
$\boldsymbol{C = 6x^2 + 29x + 35}$

$D = (2x - 5)(3x - 2)$
$D = 6x^2 - 4x - 15x + 10$
$\boldsymbol{D = 6x^2 - 19x + 10}$

$E = (5x - 2)(5x - 8) - (3x - 5)(x + 7)$
$E = 25x^2 - 40x - 10x + 16 - 3x^2 - 21x + 5x + 35$
$\boldsymbol{E = 22x^2 - 66x + 51}$

$F = 2(x + 7)(3 - 2x) + (5x - 2)(4x + 1)$
$F = 2(3x - 2x^2 + 21 - 14x) + 20x^2 + 5x - 8x - 2$
$F = 6x - 4x^2 + 42 - 28x + 20x^2 + 5x - 8x - 2$
$\boldsymbol{F = 16x^2 - 25x + 40}$

Exercice 3

$A = (x + 2)(2x - 1) + (x + 2)(3x + 2)$
$A = (x + 2)(2x - 1 + 3x + 2)$
$\boldsymbol{A = (x + 2)(5x + 1)}$

$B = (3x + 7)(2x - 9) - (3x + 7)(5x - 7)$
$B = (3x + 7)(2x - 9 - 5x + 7)$
$\boldsymbol{B = (3x + 7)(-3x - 2)}$

$C = (8y + 3)(5y + 7) - 3(8y + 3)(2y - 1)$
$C = (8y + 3)(5y + 7 - 6y + 3)$
$\boldsymbol{C = (8y + 3)(-y + 10)}$

$D = (2x + 3)^2 + (x - 2)(2x + 3)$
$D = (2x + 3)(2x + 3 + x - 2)$
$\boldsymbol{D = (2x + 3)(3x + 1)}$

$E = 2y^2 - y(4y - 7)$
$E = y(2y - 4y + 7)$
$\boldsymbol{E = y(-2y + 7)}$

$G = (2t - 5)^2 + (2t - 5)(x - 1) + 2t - 5$
$G = (2t - 5)(2t - 5 + x - 1 + 1)$
$\boldsymbol{G = (2t - 5)(2t + x - 5)}$

Exercice 4

Le programme revient à calculer : $2\times n^2 - n\times(n + 1)$
$= 2n^2 - n^2 - n$
$= n^2 - n$
$= n(n - 1)$

Ce programme revient donc à multiplier un nombre **par celui qui le précède**.

Exercice 5

L'aire du carré *ABCD* vaut $(2x + 3)^2$
$= (2x + 3)(2x + 3)$
$= 4x^2 + 12x + 9$ cm²

De même, l'aire du carré retiré a pour aire $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$ cm²

Donc la bande grise a pour aire $4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 + 4x + 1)$
$= 4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 4x - 1$
$= \mathbf{8x + 8}$ **cm²**

Exercice 6

1. L'écriture littérale d'un entier naturel impair est 2*n*□1.
Il faut ajouter 2 à un entier naturel impair pour obtenir l'entier impair qui le suit donc 2*n*□1□2=2*n*□3 est le suivant.
La somme de deux entiers naturels impairs consécutifs est donc de la forme 2*n*□1+2*n*□3=4*n*□4.
Comme $4n+4 = 4(n+1)$ alors **la somme de deux nombres impairs consécutifs est bien un multiple de 4**.

2. Comme n est impair alors il existe un entier p tel que $n = 2p + 1$.

On a : $n^2 - 1 = (2p + 1)^2 - 1$
$= (2p + 1)(2p + 1) - 1$
$= 4p^2 + 2p + 2p + 1 - 1$
$= 4p(p + 1)$

Comme p et $p + 1$ sont des entiers consécutifs alors l'un d'eux est pair et le produit $p(p + 1)$ est un multiple de 2.
On en déduit que $4p(p + 1)$ est un multiple de 8.

Par conséquent, si un entier n est impair alors $\mathbf{n^2 - 1}$ **est un multiple de 8**.

Exercice 7

1. Soient quatre multiples consécutifs de 11.
Il existe un nombre entier n tel qu'ils s'écrivent $11n$; $11(n + 1)$; $11(n + 2)$; $11(n + 3)$.

Cherchons n tel que : $11n + 11(n + 1) + 11(n + 2) + 11(n + 3) = 1078$
$11(n + n + 1 + n + 2 + n + 3) = 1078$
$11(4n + 6) = 1078$
$4n + 6 = 98$
$4n = 92$
$n = 23$

Le premier des quatre entiers cherchés est $23 \times 11 = 253$.
Les quatre entiers cherchés sont donc **253 ; 264 ; 275 et 286**.

2. Soient a et b deux entiers naturels ayant le même reste r dans la division euclidienne par 7.
Il existe donc deux entiers p et q tels que : $a = 7q + r$ et $b = 7p + r$.

D'où $a - b = (7q + r) - (7p + r)$
$a - b = 7q + r - 7p - r$
$a - b = 7(q - p)$

La différence entre *a* et *b* est bien divisible par 7.

Ce résultat n'est pas vrai que pour 7 et on peut le généraliser à tous les entiers.